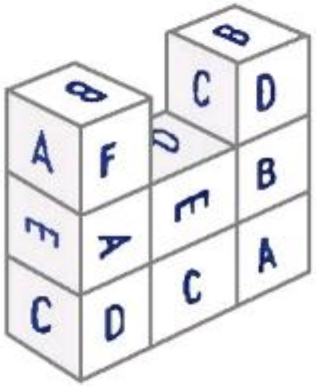
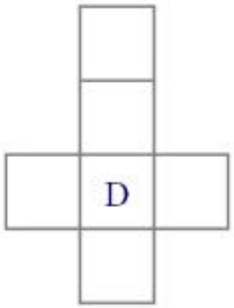
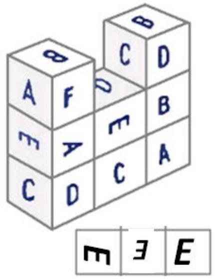
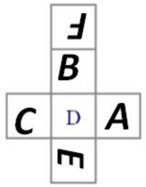
1) **IDm2014_006** ответы конкурсного тура

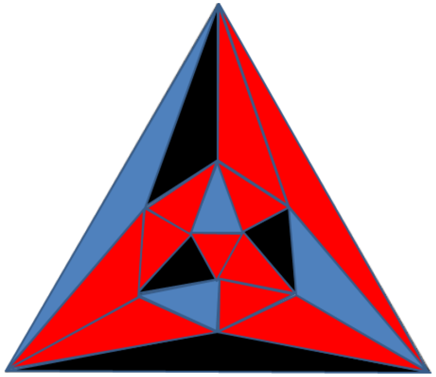
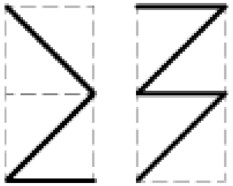
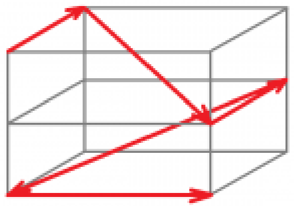
2) Руководитель команды Пояркова Ольга Сергеевна

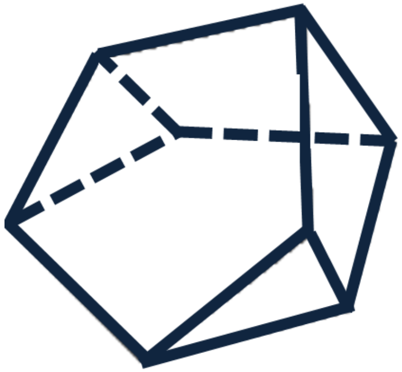
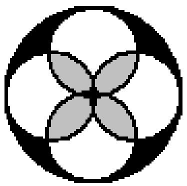
3) Технический исполнитель (координатор) нет

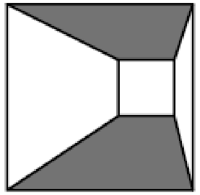
4) URL веб-странички с ответами конкурсного тура (если есть) не

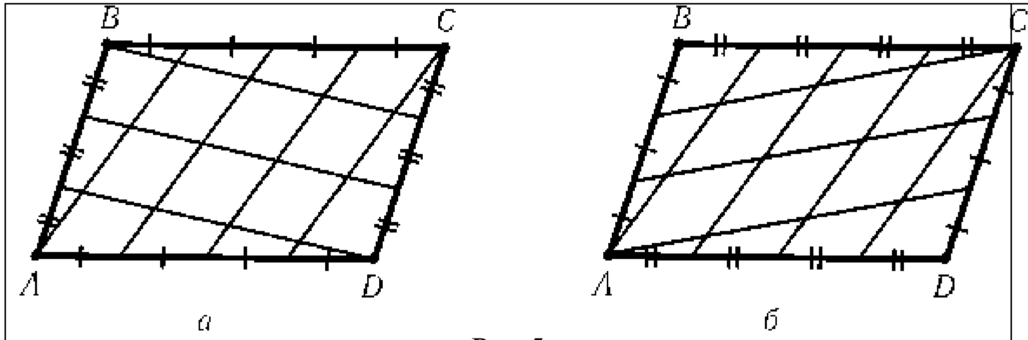
5) Таблица ответов

Задания	**Решение задачи и ответ**
Перед вами постройка, состоящая из восьми одинаковых кубиков. Определите расположение букв на развертке кубика. Также определите буквы, находящиеся в основании данной постройки.  	Ответ и решение:  

Некоторые грани икосаэдра черные, некоторые красные, а остальные синие. Известно, что в каждой вершине сходятся грани всех трех цветов. Какое наибольшее число красных граней возможно при этих условиях? Какое наименьшее число черных граней возможно?	**Ответ:** наибольшее количество красных граней - 12. Наименьшее число черных граней -4. **Решение:**В каждой из 12 вершин сходится не более трех красных граней, итого 36. При этом каждая грань посчитана трижды, так как соединяет три вершины. Всего не более 12 красных граней. На рисунке приведен пример, когда красных граней ровно 12 (невидимая грань - красная). 
Если смотреть на аквариум спереди, то рыбка проплыла, как показано на левом рисунке 2. А если справа — то как на правом рисунке 2. Нарисуйте в объеме, как плавала рыбка и вид сверху. 	***Ответ:*** 
Многогранник вписан в сферу. Может ли оказаться, что этот многогранник невыпуклый? (Многогранник вписан в сферу, если	***Ответ:*** Может

все концы его рёбер лежат на сфере.)	***Пример:*** Сложить 100 звёздочек в стопку. И опишем вокруг стопки сферу. Крайние звёздочки раздуем так, что все вершины коснутся сферы. Все продольные (вдоль стопки) рёбра надо продлить до пересечения со сферой.
Придумайте многогранник, у которого нет трех граней с одинаковым числом сторон.	***Ответ:***  ***Обоснование:*** Будем искать многогранник с наименьшим числом граней. Из двух треугольников и двух квадратов нельзя составить многогранник. Шестигранник с двумя треугольными, двумя четырехугольными и двумя пятиугольными гранями сделать можно: расположим два пятиугольника с общим ребром в виде открытой ракушки, а щель заполним двумя треугольниками (по краям) и двумя четырехугольниками.
Орнамент состоит из частей, изображенных на рисунке 3  Рис 3.	Площадь большого круга равна сумме площадей 4 маленьких кругов. Следовательно, площадь закрашенной части равна площади «пустот». Значит, краски на части,закрашенные серым и черным цветом, потребуется одинаковое количество.

Некоторые части данной фигуры окрашены в серый и чёрный цвета. Используя тот факт, что если радиус одного круга в два раза больше радиуса другого круга, то площадь первого в четыре раза больше площади второго, покажите, что для окраски частей данного орнамента потребуется равное количество серой и чёрной краски.	
Внутри большего квадрата расположен меньший, стороны которого параллельны соответствующим сторонам большего. Отрезками соединили вершины квадратов, как показано на рис. 4. Докажите, что площадь заштрихованных трапеций равна площади не заштрихованных.  Рис.4	**Доказательство: Пусть а- длина стороны большего квадрата, а b – длина стороны меньшего квадрата. Площадь двух закрашенных трапеций в сумме равна** $\frac{a+b}{2} \cdot (a - b) = \frac{a^2-b^2}{2}$. **Сумма площадей не заштрихованных трапеций равна** $\frac{a+b}{2} \cdot (a - b) = \frac{a^2-b^2}{2}$. **Ч.т.д.**
Стороны АВ и CD параллелограмма ABCD площади 1 разбиты на n равных частей, AD и BC — на m равных частей. а) Точки деления соединены так, как показано на рис.5, а. б) Точки деления соединены так, как показано на рис.5, б. Чему равны площади образовавшихся при этом маленьких параллелограммов?	***Ответ:*** Площадь маленького параллелограмма $\frac{1}{mn+1}$

<table>
<tr>
<td>
Рис.5</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>На сторонах прямоугольного треугольника вне его построены квадраты. Вершины квадратов, не совпадающие с вершинами треугольника, последовательно соединены. Найдите площадь образованного шестиугольника, если катеты треугольника равны 5 и 12.</td>
<td>Ответ: $\frac{(a+b)^2}{4}$ = 17^2:4 =289:4 = 72,25
Решение: Пусть O_1, O_2 и O_3 – центры квадратов, построенных на катетах соответственно $BC=a$, $AC=b$ и гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC. Поскольку CO_1 и CO_2 – биссектрисы углов квадратов, точки O_1, C и O_2 лежат на одной прямой. Из вершины K квадрата $ABKL$, построенного на гипотенузе AB, опустим перпендикуляр KM на продолжение катета BC, а из вершины L – перпендикуляр LQ на продолжение катета AC. Пусть этот перпендикуляр пересекает прямую KM в точке P. Тогда $CMPQ$ – квадрат со стороной $a+b$, причём его центр совпадает с центром O_3 квадрата $ABKL$ (если вершины одного параллелограмма расположены по одной на сторонах другого параллелограмма, то центры параллелограммов совпадают). Отрезок CO_3 – половина диагонали квадрата $CMPQ$, поэтому $CO_3=\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ и $\angle O_1CO_3=\angle O_1CB+\angle O_3CB=45^o+45^o=90^o$.Таким образом, O_3C – высота треугольника $O_1O_2O_3$. Следовательно,
$S_{\Delta}\, O_1O_2O_3 = \frac{1}{2}O_1O_2\cdot CO_3=\frac{1}{2}(\frac{a}{\sqrt{2}}+\frac{b}{\sqrt{2}})\cdot\frac{a+b}{\sqrt{2}}=\frac{(a+b)^2}{4}$.</td>
</tr>
</table>

Плоскость проходит через середины рёбер AB и CD пирамиды ABCD и делит ребро BD в отношении 1:3. В каком отношении эта плоскость делит ребро AC?	***Ответ:*** $\frac{1}{3}$ Пусть M и N – середины рёбер AB и CD соответственно, а K – точка ребра BD, для которой $BK:KD = 1:3$. Рассмотрим плоскость ABD. Пусть прямые KM и AD пересекаются в точке T. Если F – середина BD, то K – середина BF. Поэтому $KF = \frac{1}{2}BF$. Тогда KM – средняя линия треугольника AFB. Значит, $KT \parallel AF$ и $AT = \frac{1}{2}AD$. Рассмотрим плоскость ACD. Через вершину C треугольника ACD проведём прямую, параллельную AD, и продолжим TN до пересечения с этой прямой в точке E. Пусть прямые TE и AC пересекаются в L. Тогда L – точка пересечения секущей плоскости с ребром AC. Треугольник ECN равен треугольнику TDN, поэтому $EC = DT$. Треугольник ATL подобен треугольнику CEL. Следовательно, $\frac{AL}{LC} = \frac{AT}{CE} = \frac{\frac{1}{2}AD}{\frac{3}{2}AD} = \frac{1}{3}$
В одной из вершин куба ABCDEFGH (рис. 7) сидит заяц, но охотникам он не виден. Три охотника стреляют залпом, при этом они могут "поразить" любые три вершины куба. Если они не попадают в зайца, то до следующего залпа заяц перебегает в одну из трёх соседних (по ребру) вершин куба. Укажите, как стрелять охотникам, чтобы обязательно попасть в зайца за четыре залпа. (В решении достаточно написать четыре тройки вершин, в которые последовательно стреляют охотники.)	***Ответ:*** 1. C,F,H 2. B,D,E 3. D,E,G 4. A,C,F