

МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
средняя общеобразовательная школа № 4  
городского округа Тольятти



**«УТВЕРЖДАЮ»**

Директор МОУ средней школы № 4  
г.о.Тольятти

*Л.А. Скопцова*

2010г.

Программа принята на основании  
решения педагогического совета.  
Протокол № 9 от «24» 06 2010г.

**Прикладные задачи по математике**  
(Рабочая программа дополнительного образования)

Возраст обучающихся – 10-11 классы  
Срок реализации – 2 года

Автор-составитель  
**Прибытова Раиса Ивановна,**  
учитель математики

г.о. Тольятти, 2010 г.

*Составлено.*  
*16.09.10г. Скопцова Л.А. / Прибытова Р.И. /*  
*методист МОУ ДОС ДУ*

# ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ

(136 часов)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.

Предлагаемый курс «Прикладные задачи по математике» является предметно – ориентированным и предназначен для расширения и углубления теоретических и практических знаний учащихся по математике в 10-11 классов общеобразовательных школ. В содержание программы включены вопросы, углубляющие знания учащихся по основным, наиболее значимым темам школьного курса математики, как: « Многочлены», « Метод интервалов в решении неравенств», « Функции и построение их графиков», « Последовательности», «Тригонометрические уравнения», «Иррациональные уравнения», «Логарифмические и показательные уравнения и неравенства», «Системы уравнений и неравенств», «Комплексные числа», «Решение задач по планиметрии» (на которые в школьной программе для 10-11 классов время не выделяется).

Закрепление и углубление знаний учащихся, полученных в курсе математики основной общеобразовательной школы, основывается на систематизации задач в соответствии с типами выражений или функций, фигурирующих в задачах и , главное, на методах и приёмах решения заданий ( переход к следствиям, равносильные преобразования, методы замены и разложения на множители, функциональные методы, графическая и геометрическая интерпретация ). В данном курсе внимание сосредоточено на углублении знаний и практических навыков по указанным темам. Добавлен раздел по решению нестандартных задач по планиметрии и задач на комбинацию геометрических тел, так как такие задания содержатся в вариантах ЕГЭ. Учащиеся познакомятся с комплексными числами, которые в школьном курсе математики не изучаются. Тема « Решение задач в целых числах» непосредственно связана с тематикой задач С6 единого государственного экзамена.

В структуре данного курса выделяются следующие основные разделы:

1. Многочлены. Теорема Безу.
2. Рациональные уравнения. Уравнения с параметром, уравнения, содержащие знак модуля.
3. Рациональные неравенства. Неравенства с параметром, неравенства, содержащие знак модуля.
4. Функции. Построение и чтение графиков различных функций.

5. Последовательности.
6. Тригонометрические уравнения с параметром.
7. Иррациональные уравнения и неравенства, нестандартные способы их решения.
8. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства, методы и способы их решения.
9. Системы уравнений и неравенств, стандартные и нестандартные способы их решения.
10. Комплексные числа.
11. Методы решения нестандартных задач по геометрии.
12. Решение задач в целых числах.

Программа рассчитана на 136 часов.

**Целями изучения данного курса является:**

- углубление знаний учащихся по разделам данной программы, научное обоснование методов решения алгебраических задач, а также формирование логического мышления и математической культуры у школьников;
- систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочение умений, необходимых для продолжения образования в ВУЗах;
- получение представлений об универсальном характере математических методов, о тесной взаимосвязи элементарной алгебры с высшей математикой: арифметикой, алгеброй, математическим анализом;
- развитие внутренней мотивации и интрапсихического фактора поисковой активности в предметной деятельности, формирование устойчивого и осознанного интереса к ней.

**При изучении данного курса перед учащимися ставятся следующие задачи:**

- овладению системой знаний об рациональных, дробно-рациональных уравнениях и неравенствах (в том числе с параметром , со знаком модуля) как о семействе уравнений и неравенств, что исключительно важно для целостного осмысления свойств уравнений и неравенств, их особенностей;
- овладению техникой построения графиков различных функций, что часто помогает решать многие задачи, а порой является необходимым средством для их решения;
- формированию логического мышления учащихся;
- вооружению учащихся специальными и общеучебными знаниями, позволяющими им самостоятельно добывать знания.
- получение знаний об основных логических и содержательных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональными, логарифмическими, тригонометрическими и показательными уравнениями и неравенствами<sup>4</sup>
- овладение логическими, аналитическими, графическими и нестандартными методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций;
- усовершенствование навыков и умений решения нестандартных геометрических задач по планиметрии, выработка навыков и умений решения задач на комбинацию нескольких геометрических тел;

- овладение навыками решения базовых задач по теме «Решение задач в целых числах».

### **Содержание основных разделов.**

1. Многочлены. Теорема Безу.

Алгебра полиномов. Многочлен от одной переменной, от нескольких переменных. Степень многочлена, каноническая форма многочлена. Симметричные, равные многочлены. Деление многочленов, алгоритм деления на двучлен. Схема Горнера. Корни многочлена. Теорема Безу. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Задачи на нахождение корней многочленов.

2. Рациональные уравнения. Уравнения с параметром. Уравнения, содержащие знак модуля.

Рациональные уравнения с одной переменной, с несколькими переменными. Целые и дробно-рациональные уравнения. Область допустимых значений при решении дробно-рациональных уравнений. Симметрические и косометрические уравнения, возвратные уравнения. Способ решения рациональных уравнений с целыми коэффициентами, метод замены переменных, метод разложения на множители, решение симметричных уравнений  $n$ -й степени и другие нестандартные способы решения. Условия расположения корней квадратного уравнения на числовой прямой относительно фиксированной точки. Решение уравнений с параметром и уравнений, содержащих знак модуля. Особенности решения таких уравнений и применение графиков при их решении.

3. Рациональные неравенства. Неравенства с параметром. Неравенства, содержащие знак модуля.

Рациональные неравенства с одной переменной и с несколькими переменными. Неравенство Коши, неравенство Чебышева, неравенство Коши-Буняковского их применение в решении задач. Применение разных способов решения неравенств: метод интервалов, сведение к системе неравенств, графический способ, метод областей, метод оценивания, метод введения новых переменных. Особенности решения неравенств с параметром и неравенств, содержащих знак модуля. Применение свойств симметричности и однородности функций при доказательстве неравенств.

4. Функции. Построение и чтение графиков различных функций.

Определение функции, графика функции. Свойства функций: непрерывность, четность, монотонность, периодичность, выпуклость и вогнутость, обратимость функций, экстремальные свойства функций и условия их определения для конкретных функций. Предел функции. Асимптоты графика. Функции  $y = [x]$  и  $y = \{x\}$ . Преобразования графиков функций: параллельный перенос, симметрия, растяжение и сжатие. Построение графиков функций, выражения для которых



содержат знак модуля. Графики дробно - линейных функций. Графический метод решения задач с параметром.

#### 5. Последовательности.

Определение последовательности, способы задания. Задача Фибоначчи. Ограниченные и неограниченные последовательности. Метод математической индукции. Суммирование последовательностей.

#### 6. Тригонометрические уравнения с параметром.

Простейшие тригонометрические уравнения и формулы их корней. Сложности в отборе корней тригонометрических уравнений и различные способы записи ответа. Частные случаи Сложности и особенности решения тригонометрических уравнений с параметром. Решение уравнений разными способами: разложением на множители, заменой неизвестного и сведением тригонометрического уравнения к алгебраическому, методом оценки и использованием экстремальных свойств тригонометрических функций, применением свойства однородности уравнения, применением универсальной тригонометрической подстановки на основе формул:

$$\sin \alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{tg^2\frac{\alpha}{2}+1}, \quad \cos \alpha = \frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}, \quad tg \alpha = \frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}.$$

#### 7. Иррациональные уравнения и неравенства. Нестандартные способы их решения.

Определение иррационального уравнения, область допустимых значений. Использование монотонности функции и экстремальных свойств функций при решениях уравнений и неравенств. Возведение в степень. Стандартные и нестандартные способы решения иррациональных уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений и неравенств с параметром и содержащих знак модуля. Нестандартные по формулировке задачи, связанные с уравнениями и неравенствами. Методы равносильных переходов, замены, интервалов.

#### 8. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. Методы и способы их решения.

Логарифмическая функция, её график и свойства. Показательная функция, её график и свойства. Равносильность логарифмических и показательных уравнений, источники потери и появления новых корней при решении. Особенности решения нестандартных показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Использование графиков. Многообразие способов

решения уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства с параметром и содержащие знак модуля, сложности при их решении.

9. Системы уравнений и неравенств. Стандартные и нестандартные способы их решения.

Системы уравнений с двумя, с тремя и более переменными. Системы линейных и нелинейных уравнений с двумя и более переменными, методы их решения. Особенности решения систем тригонометрических уравнений и неравенств. Стандартные и нестандартные методы решения систем. Использование графиков соответствующих функций, геометрическая интерпретация. Способы решения комбинированных систем уравнений и неравенств. Решение систем уравнений и неравенств с параметром и содержащих переменные под знаком модуля.

10. Комплексные числа.

Определение комплексного числа и операции над ними. Сопряженные комплексные числа. Геометрическое изображение комплексного числа. Полярная система координат и тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Применение комплексных чисел к доказательству тригонометрических тождеств.

11. Методы решения нестандартных задач по геометрии.

Геометрические задачи на наибольшее и наименьшее значение. Геометрические неравенства. Задачи на построение. Решение задач по планиметрии с использованием признаков равенства и подобия треугольников, теоремы Пифагора, свойства биссектрисы треугольника, соотношения между стороной многоугольника и радиусами вписанной и описанной окружностей. Решение нестандартных задач на комбинацию нескольких геометрических тел

12. Решение задач в целых числах.

Решение десяти базовых задач, которые являются базисом в пространстве задач в целых числах. Универсальные и специальные математические действия при решении таких задач. Главное при решении задач в целых числах – найти правильную цепочку последовательно разворачивающихся базовых задач (всех или некоторых), взятых в определённой последовательности.



## **Тематическое планирование**

10 класс

*(2 часа в неделю, 68 часов в год)*

Номер	Раздел курса	Тема занятия	Кол-
-------	--------------	--------------	------

занятия			во часов
1	Многочлены. Теорема Безу.	Многочлен от одной и нескольких переменных. Делимость многочленов	2
2		Алгоритмы деления многочленов. Схема Горнера. Теорема Безу.	2
3		Задачи на нахождение корней многочленов Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.	2
4	Рациональные уравнения с параметром и со знаком модуля.	Рациональные уравнения с одной переменной и с несколькими переменными. Целые и дробно-рациональные уравнения.	2
5		Симметричные, косометрические уравнения. Нахождение области допустимых значений.	2
6		Некоторые специальные приёмы решения рациональных уравнений.	2
7		Расположение корней квадратного уравнения на числовой прямой относительно данной точки.	2
8-9		Решение рациональных уравнений с параметром.	4
10-11		Методы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля.	4
12-13		Особенности решения рациональных уравнений и применение графиков при их решении.	4

14	Рациональные неравенства с параметром, со знаком модуля.	Рациональные неравенства с одной переменной и с несколькими. Неравенства Коши, Чебышева, Коши-Буняковского.	2
15-16		Применение стандартных и нестандартных методов решения рациональных неравенств.	4
17		Применение свойств симметричности и однородности функций при решении неравенств.	2
18-19		Способы решения неравенств с параметром.	4
20-21		Эффективные методы решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.	4
22	Функции. Построение и чтение графиков различных функций.	Функции, построение и чтение графиков функций. Функции $y = \{x\}$ и $y = [x]$	2
23		Преобразования графиков функций на координатной плоскости.	2
24		Непрерывность, чётность, монотонность, периодичность, обратимость, выпуклость и вогнутость функций, экстремальные свойства функции.	2
25		Асимптоты графика. Ограниченность функций	2
26-27		Особенности построения графиков функций, выражения для которых содержат знак модуля.	4

28		Графики дробно-линейных функций. Графический метод решения задач с параметром.	2
29	Последовательности	Числовые и буквенные последовательности. Ограниченность, монотонность последовательностей. Задача Фибоначчи.	2
30		Метод математической индукции и его применение для решения задач.	2
31	Тригонометрические уравнения с параметром	Сложности в отборе корней тригонометрического уравнения и различные способы записи ответа	2
32		Частные случаи при решении тригонометрических уравнений.	2
33-34		Методы решения тригонометрических уравнений с параметром.	4

11 класс

(2 часа в неделю, 68 часов в год)

Номер занят.	Раздел	Тема занятия	Колич. часов
1	Иррациональные уравнения	Иррациональные уравнения. Область допустимых значений.	2

2-3		Методы равносильных переходов, замены, интервалов, метод оценки	4
4		Использование экстремальных свойств функций при решении иррациональных уравнений и неравенств.	2
5-6		Решение иррациональных уравнений с параметром и уравнений, содержащих знак модуля	4
7		Решение иррациональных неравенств с параметром	2
8	Логарифмические и показательные уравнения и неравенства, методы и способы их решения	Логарифмическая функция, её свойства. Показательная функция, её свойства.	2
9		Равносильность логарифмических уравнений, источники потери появления новых корней	2
10		Использование графиков при решении логарифмических и показательных уравнений и неравенств	2
11-13		Особенности решения нестандартных логарифмических и показательных уравнений и неравенств	4
14-15		Методы решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств с параметром и со знаком модуля	4
16-17		Системы уравнений и неравенств. Стандартные и нестандартные способы их решения	Системы нелинейных рациональных уравнений с двумя и более переменными
18	Особенности решения систем тригонометрических уравнений		2
19	Метод оценки при решении уравнений и систем уравнений		2
20	Геометрическая интерпретация при решении систем показательных и логарифмических уравнений и неравенств		2
21-22	Методы решения комбинированных систем.		4
23-24	Способы решения систем с параметром и систем, содержащих переменную под знаком модуля		4

25	Комплексные числа	Определение комплексного числа. Операции над комплексными числами	2
26		Геометрическое изображение комплексного числа. Формула Муавра. Применение комплексных чисел к доказательству тригонометрических тождеств.	2
27	Решение нестандартных задач по геометрии	Геометрические задачи на максимум и минимум	2
28		Геометрические неравенства	2
29		Решение нестандартных задач по планиметрии	2
31	Решение задач в целых числах	Десять базовых задач в целых числах	2
32-33		Универсальные и специальные методы при решении задач	4
34		Решение задач КИМов единого государственного экзамена	2

### Список литературы

1. Алгебра и математический анализ. 10 кл. 11 кл.: Учеб. пособие для школ и классов с углублен. изуч. математики/ Н.Я.Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И.Шварцбурд.- М.: Мнемозина 2004.
2. Брошюры библиотеки «Первого сентября» серия «Математика».
3. Власова А.П. Задачи с параметрами. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений.10-11 кл.- М.: Дрофа, 2007

4. Галицкий М.Л. и др. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа: Метод. Рекомендации и дидакт. материалы: пособие для учителя.- М.: Просвещение, 1998.
5. Гомонов С.А.Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения.-М.:Дрофа,2006.
6. Земляков А.Н. Методические основы углубленного изучения алгебры и начал анализа в выпускном классе. -М.: 1983.
7. Земляков А.Н. Алгебра + : рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: Методическое пособие \
8. Земляков А.Н.-М.: БИНОМ. 2007
9. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе: Учебно-методические материалы по математике \ Под ред.Л.Я. Фальке. – М.: Илекса; Ставрополь; 2005.
- 10.Литвиненко В.Н. Мордкович А.Г. Практикум по решению задач.
- 11.Алгебра. Учеб. пособие для студентов пед. Ин - тов по матем. - М.: Просвещение.1999.
- 12.Математика. 10-11 классы. Решение уравнений и неравенств с параметрами: элективный курс \ авт.- сост. Д.Ф.Айвазян,- Волгоград: Учитель, 2009.
- 13.Тренировочные материалы для подготовки к ЕГЭ по математике 2010\ Сост.С.В. Богатырёв,А.А. Максютин, Ю.Н.неценко и др.- Самара ГОУ СИПКРО, 2010.
- 14.Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики. - В кн.Углубленное изучение алгебры и анализа: Из опыта работы:Пособие для учителя \ Сост.С.И. Шварцбург, О.А. Боковнев. - М.: Просвещение.1997.
- 15.Чулков П.В.Материалы курса «Уравнения и неравенства в школьном курсе математики»: Лекции 1-4 и 5-8.- М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2006.
- 16.Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 10 кл средн .шк.- М.: Просвещение, 1997.
- 17.Шарыгин И.Ф., Голубев В.И.Факультативный курс по математике: Решение задач. Учеб. пособие для 11 кл. сред. шк.- М.: Просвещение,1998.